Klasse F12T6
1. Schulaufgabe aus der Mathematik am 9.12.2008

Analysis

1.0 Gegeben sind die Funktionen $f_a: x \mapsto \dfrac{x^2 + ax - 2a^2}{x-2} = \dfrac{(x-a)(x+2a)}{x-2}$; $a \in \mathbb{R}$
mit Definitionsmenge $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$.

1.1 Ermitteln Sie die Art der Definitionslücke sowie Anzahl und Lage der Nullstellen von f_a jeweils in Abhängigkeit vom Parameterwert a. [8]

1.2 Bestimmen Sie a so, dass der Abstand der beiden Nullstellen 3 [LE] beträgt. [3]

1.3.0 Ab nun sei **a = 1** mit $f_1(x) := f(x)$. Der Graph wird mit G_f bezeichnet.

1.3.1 Bestimmen Sie die Gleichungen sämtlicher Asymptoten. [4]

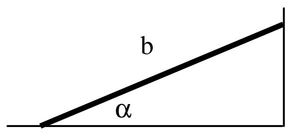
1.3.2 Ermitteln Sie für G_f nur mit Hilfe von f´ Art und Koordinaten aller relativen Extrempunkte. [6]
(Zwerg: $f'(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{(x-2)^2}$)

1.3.3 Zeichnen Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse die Graphen der Asymptoten sowie den Graphen G_f für $-6 \le x \le 8$ in ein Koordinatensystem. (Gesondertes Blatt; 1LE = 1cm) [6]

1.4.0 Gegeben ist weiter die Funktion g mit $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ mit ihrer maximalen Definitionsmenge.

1.4.1 Skizzieren Sie ohne weitere Berechnung **mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse** den Graphen der Funktion g. Achten Sie dabei auf die exakte Lage der Extremal-, Pol- und Nullstellen. Verwenden Sie zum Zeichnen auch den einzigen gemeinsamen Punkt P beider Graphen und erläutern Sie kurz, wie Sie seinen Koordinaten erschlossen haben. [6]

2.0 Mit einem Brett der Länge $b = \sqrt{2}$ [m] soll in der rechtwinkligen Ecke eines Gartens ein Beet mit möglichst großem Flächeninhalt A abgegrenzt werden. Die Position des Brettes wird durch den Winkel α beschrieben.



2.1 Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhaltes $A(\alpha)$ in Abhängigkeit vom Neigungswinkel α. Geben Sie auch eine sinnvolle Definitionsmenge D_A von $A(\alpha)$ an. [4]

2.2 Zeigen Sie, dass sich für die Ableitungsfunktion $A'(\alpha) = 1 - 2\sin^2(\alpha)$ ergibt. Berechnen Sie α so, dass der Flächeninhalt $A(\alpha)$ seinen maximalen Wert annimmt. [6]

Analytische Geometrie

3 Gegeben ist das lineare Gleichungssystem mit $k \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} x_1 + 4x_2 &= 2 \\ 5x_1 + 18x_2 + kx_3 &= 11 \\ -x_1 - 6x_2 + k^2 x_3 &= k-2 \end{aligned}$$

Ermitteln Sie Anzahl der Lösungen in Abhängigkeit von k mit Hilfe des Gauss-Verfahrens. [7]

4.0 In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(-5 \mid 1 \mid 0)$, $B(3 \mid -6 \mid 10)$, $C(-3 \mid 4 \mid 3)$ sowie die Punkte $P_t(-1 \mid t-2 \mid 2)$ mit $t \in \mathbb{R}$ gegeben.

4.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Eckpunktes D des Parallelogramms ABCD. [2]

4.2 Prüfen Sie, ob es Zahlen $t \in \mathbb{R}$ gibt, sodass P_t der Mittelpunkt der Strecke [AB] ist. Berechnen Sie ggf. ein passendes t. [2]

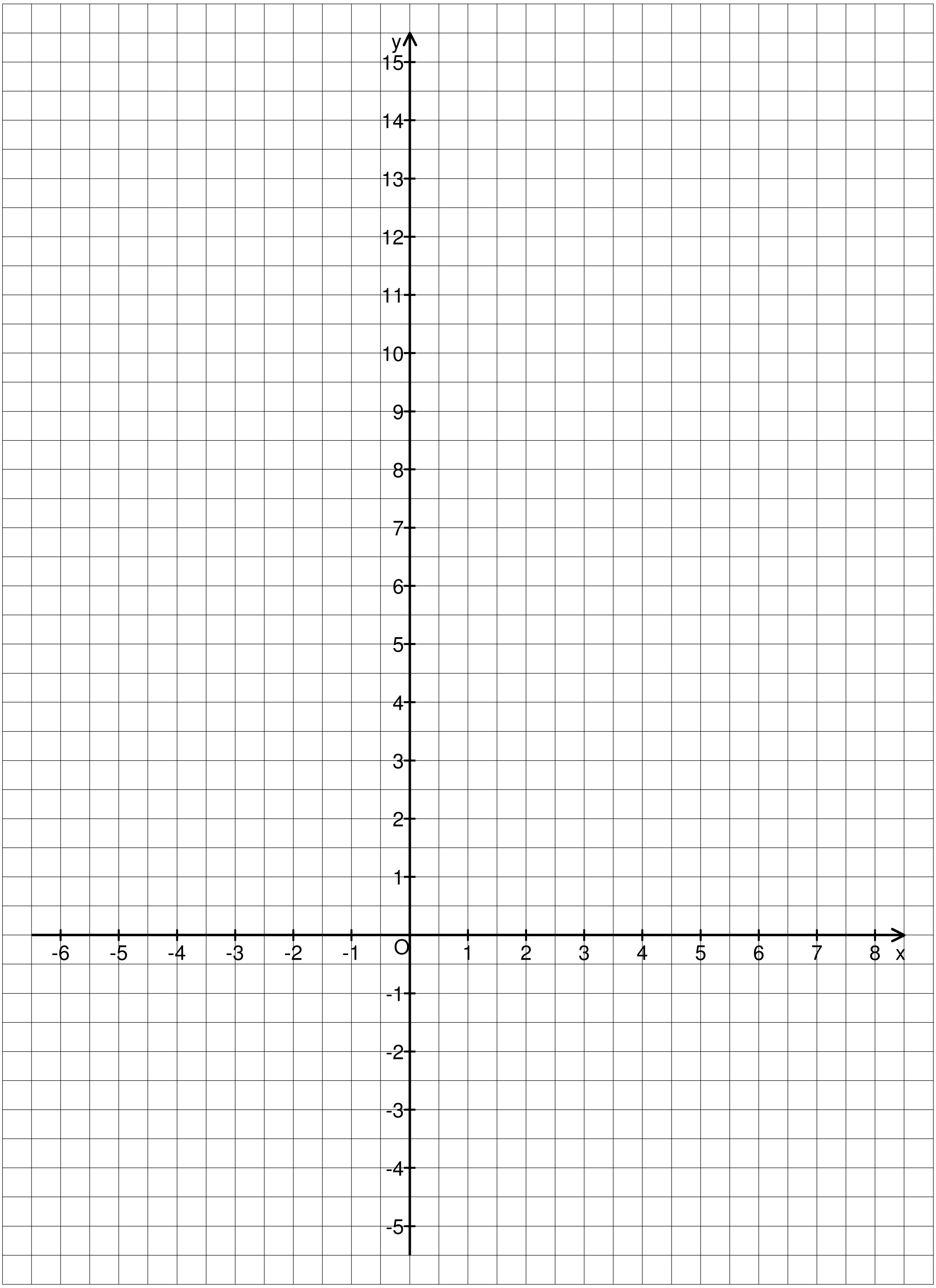
4.3 Berechnen Sie t so, dass der Punkt P_t in der x_1-x_3-Ebene liegt. Beschreiben Sie die Punktmenge, die die Punkte P_t bilden. [3]

NP

Klasse F12T6

1. Schulaufgabe aus der Mathematik am 9.12.2008 Name:......................................

1.1	1.2	1.3.1	1.3.2	1.3.3	1.4.1	2.1	2.2	3	4.1	4.2	4.3	Σ



Klasse F12T6

1. Schulaufgabe aus der Mathematik am 9.12.2008 Name: Mustermann

Aufgabe 1.3.3

f(x) : senkrechte Asymptote : $x = 2$

g(x) : senkrechte Asymptoten: $x_1 = -2$ und $x_2 = 1$